คณิตศาสตร์ ม.2

(เป็นเนื้อหาพื้นฐานเท่านั้น
เนื้อหาเปลี่ยนไปตามแต่ละโรงเรียน)

1) ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส คือ ทฤษฎีที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของสามเหลี่ยมมุมฉากระหว่างสามยาวทั้ง 3 ด้าน ซึ่งได้มีนิยามไว้ว่า "สำหรับสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉาก จะ เท่ากับผลบวกของด้านตรงข้ามมุมฉาก" และสรุปมาเป็นสูตรได้ว่า $a^2+b^2=c^2$

จาก △ ABC เป็น△มุมฉากที่มี C เป็นมุมฉาก

- A และ B เป็นด้านประกอบมุมฉาก เช่น : $\sqrt{5}$ $a^2+b^2=c^2$
  $3^2+4^2=5^2$
  $9+16=25$
  $25=25$ ✓
- C เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

-บทกลับของพีทาโกรัส
เป็นทฤษฎีที่ใช้บอกว่า "รูปสามเหลี่ยมใดๆก้ำลังสองของความยาวด้านด้านหนึ่งจะเท่ากับผลบวกของกำลังสองความยาวของอีกาองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นจะเปลี่ยนสามเหลี่ยมมุมฉาก" โดยสูตรนี้จะใช้ตรวจสอบว่ารูปสามเปลี่ยนนั้นๆเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

-ในทฤษฎีพีทาโกรัสจะมีชุดเลขต่างๆที่เป็นสามเหลี่ยมุมฉากแน่นอนหลักๆมี 9 ชุดตัวเลข
- 3,4,5 • 5,12,13 • 6,8,10 • 7,24,25 • 8,15,17 • 9,40,41 • 11,60,61
- 12,35,37 • 20,21,29 เป็นต้น ทั้งหมดนี้เป็นแค่ชุดเลขนึ่นฐานที่เราควรจะรู้

2) ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

-จำนวนตรรกยะ : จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน เช่น -5,0,2,0.4,2/3 รวมถึงทศนิยมซ้ำ
-จำนวนอตรรกยะ : จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนในรูปเศษส่วนได้ เช่น รากที่ถอดไม่ได้ ทศนิยมไม่ซ้ำ รวมถึง pi เป็นต้น

-การเขียนทศนิยมซ้ำให้เป็นเศษส่วน : สามารถเขียนทศนิยมซ้ำให้เป็นเศษส่วนได้ 2 รูปแบบ
•เขียนในรูปเศษส่วนคละ : จำนวนหลังจุดทั้งหมด - จำนวนที่ไม่ซ้ำ / เลข9ตามด้วยจำนวนตัวที่ซ้ำ ตามด้วย0ตามด้วยจำนวนตัวที่ไม่ซ้ำ
•เขียนในรูปเศษส่วนเกิน : จำนวนทั้งหมด(รวมหน้าจุด) - จำนวนที่ไม่ซ้ำ(รวมหน้าจุด) / เลข9ตามด้วยจำนวนตัวที่ซ้ำ ตามด้วย0ตามด้วยจำนวนตัวที่ไม่ซ้ำ
-รากที่2 : เมื่อ x,a เป็นจำนวนจริง x จะเป็นรากที่สองของ a ก็ต่อเมื่อ $x^2 = a$
- การหารากที่สอง
  -แทนค่าตัวเลข : สมมุติว่าต้องการหารากที่สองของ 16
ให้ทดลองแทนค่าได้เรื่อยๆ • 1*1=1 .2*2=4 • 3*3=6 •4*4=16
รากที่สองของ 16 คือ หรือถ้าเป็นเลขเยอะๆ สามารถใช้เหารตั้งหารได้
-รากที่3 : เมื่อ x,a เป็นจำนวนจริง x จะเป็นรากที่สามของ a ก็ต่อเมื่อ $x^3 = a$
- การหารากที่สาม : คล้ายกับการหารากที่สอง วิธีหลักๆคือการแทนค่าไปเรื่อยๆ เช่น ต้องการหารากที่สามของ 8
•1*1*1=1 •2*2*2=8 รากที่สามของแปดคือสอง

3) ปริซึม /ทรงกระบอก

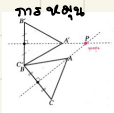
-พื้นที่ผิวแล้วปริมาตรของปริซึม
•พื้นที่ผิว : พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐานทั้งสอง
•ปริมาตร : พื้นที่ฐาน x ความสูง
-พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอก
- พื้นที่ผิว : พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐานทั้งสอง
•ปริมาตร : พื้นที่ฐาน x ความสูง

4) การแปลงทางเรขาคณิต

-การเลื่อนขนาน : เคลื่อนโดยที่จุดทุกจุดในระนาบด้วยระยะทางคนที่ในทิศทางที่กำหนดไว้ และสามารถเขียนได้ในรูปแบบของเวกเตอร์

-การสะท้อน : ต้องมีรูปต้นแบบที่ต้องการสะท้อนเสมกับการพลิกรูปข้ามเส้นสะท้อน มีการจับคู่กันระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อน

-การหมุน : เคลื่นที่โดยจุดทุกจุดในระนาบรอบจุดตรึงจุดหนึ่ง การมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีจุด O ที่ตึงจุดหนึ่งเป็นจุดหมุนแต่ละจุด P บนระนาบ มีจุดP' เป็นภาคที่ได้จากการหมุนจุด P รอบจุด O



5) คุณสมบัติของเลขยกกำลัง

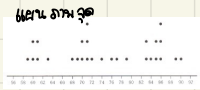
มีหลักๆ 9 ข้อ • $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ • $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ เมื่อ $b \neq 0$
• $(ab)^n = a^n b^n$ • $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ • $a^0 = 1$ เมื่อ $a \neq 0$ • $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ • $(a^m)^n = a^{mn}$ • $0^n = 0$ เมื่อ $n \neq 0$

6) พหนาม

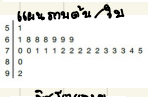
-นิพจน์ : การเขียนค่าควที่หรือตัวแปรในรูปการดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องหมายหรือสัญลักทางคณิตศาสตร์ เช่น 3x,x+5,4x-7y เป็นต้น
-เอกนาม : นิพจน์ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไปและเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวติดลบไม่ได้
- สัมประสิทธ์ของเอกนาม : เป็นส่วนของค่าคงที่ใน เอกนาม เช่น 2x สัมประสิทธ์ คือ 2
•ดีกรีของเอกนาม : ผลบวกของเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวที่เอกนาม เช่น 2x มีดีกรีเป็น 1 และ xy^3 มีดีกรีเป็น 4
- เอกนามคล้าย : เอกนามสองเอกนามคบัสขก็ต่อเมื่อ 1)เอกนามทั้งสองมีตัวแปรชุดเดียวกัน 2)เลขชี้กำลังของแต่ละตัวแปรเดียวกันในแต่ละเอกนามเท่ากัน
-การบวกลบ/คูรหารเอกนาม
- ผลบวกหรือผลลบของเอกนามที่คล้ายกัน = (ผลบวกหรือลบสัมประสิทธิ์ของเอกนาม)x(ส่วนที่เป็นตัวแปร)
- การบวกหรือลบเอกนามไม่คบ้ายจะได้ผลลัพธ์ที่ไม่เป็นเอกนาม
- คุณคูณหรือหารเอกนาม : จะนำคงคงตัวในแต่ละเอกนามมาคูณหรือหารกัน และนำตัวแปรในแต่ละเอกนามมาคูณหรือหารกันโดยใช้สมบัติเลขยกกำลัง เมื่อได้ผลลัพธ์เป็นเอกนาม จะกว่าว่าการหารนั้นเป็นการหารลงตัว
-พหุนาม : นิพจน์ที่อยู่ในรูปเอกนาม หรือเขียนในรูปการบวกกับของเอกนามตั้งแต่สองเอกนามขึ้นไปไต้ เช่น 1 เป็นทั้วเอกนามและพหุนาม 8x เป็นทั้วเอกนามและพหุนาม x^2-4 เป็นนพหุนาม เราจะเรียนเอกนามในรูปพหุนามว่า พจน์ และ เราจะเรียกเอกนามที่คบ้ายกันว่า พจน์ที่คบ้ายกัน เช่น $-4x^3+3x^2+2x+5x^3$ เป็นนพหุนามที่มีพจน์คือ $5x^3$,$-4x^3$,2x และ $5x^3$ โดยมี $-4x^3$ แบะ $5x^3$ เป็นพจน์ที่คล้ายกันจะเห็นว่า มหุนามที่ไม่มีรูปแบบหรือหม่คบ้ายกันเลย ซึ่งเราจะเรียนพหุนามแบบนี้ว่า พหุนามในรูปผลสำเสร็จ
-ดีกรีของพหุนาม : ดีกรีสูงที่สุดของพจน์ของพหุนามในรูปผลสำเร็จ เช่น 1 พหุนามดีกรีคือ 0 8x มชงพหุนามดีกรีคือ 1 และ x^2y^3-10 พหุนามดีกรีคือ 5
-การบวกและลบพหุนาม : นำนหุนามมาเขียนในรูปการบวก และถ้ามีพจน์ที่คล้ายกันให้บวกพจน์ที่คล้ายกันจนเป็น พหุนามในรูปผลสำเร็จ
เช่น $(2x^2+x-8)+(-5x^2-3x+6) = 2x^2+x-8-5x^2-3x+6$
$= -6x^2-2x-2$
-การคูณหารพหุนามด้วยเอกนาม : ใช้สมบัติการแจกแจง โดยนำแต่ละพจน์ของพหุนามหนึ่งมาคูณกับทุกๆพจน์ของอีกพหุนามหนึ่ง แล้วนำผลคูณเหล่านั้นมาบวกกันเช่น
$(-3x)(2x^2-x+6)$
$=(-3x)(2x^2)-(-3x)(x)+(-3x)(6)$
$=x(3x^3)-x(x)+9(3x^2)-4x$
$=3x^3+11x^2-4x$
$2x(x^2)-x(xy)+x(y^2)+y(x^2)-y(xy)+y(y^2)$
$=x^3-x^2y+xy^2+x^2y-xy^2+y^3$
$=x^3+y^3$

7) สถิติ

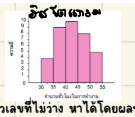
-แผนภาพจุด : เป็นรูปแบบหนึ่งของการนำเสนอข้อมูลเชิงปริมาณที่ทำไม่ยาก โดย เขียนจุดแทนข้อมูลแต่ละตัวไว้เหนือเส้นในแนวนอนที่มีสเกลให้ตรงกับตำแหน่งที่แสดงค่าของข้อมูลนั้น



-แผนภาพต้น/ใบ : แผนภาพที่แสดงการแจกแจง ความถี่ของข้อมูลโดยแบ่งข้อมูลในแผนภาพออกเป็น 2 ส่วนด้วยเส้นแนวยืน ตัวเลขด้านซ้ายมือเรียกว่าลำต้น และตัวเลขด้านขวามือเรียกว่าใบ



-ฮิสโตแกรม : เป็นหนึ่งในวิธีที่จะช่วยสรุปและแปลผลข้อมูลด้วยการแจกแจงความถี่ตามปริมาณที่เกิดขึ้น ทำให้เข้าใจภาพรวมของข้อมูลจากบักษณะการกระจายของตัวกราฟ



-ค่ากลางของข้อมูล : แบ่งออกได้เป็น 3 แบบ
- ค่าเฉลี่ยเลขคณิต : คือตัวเลขหนึ่งตัวที่เป็นตัวแทนของรายการตัวเลขที่ไม่ว่าง หาได้โดยผลรวมของตัวเลขหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด เช่น 1,2,3,4,5 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคือ 1+2+3+4+5 / 5 =15/5 = 3
- มัธยฐาน : การสัดแนวโน้มสู่ส่วนกลางชนิดหนึ่ง ที่ใช้อธิบายจำนวนหนึ่งจำนวนที่แบ่งข้อมูลตัวอย่าง หรือการแจกแจงความน่าจะเป็น หาได้โดยเรียงข้อมูลจากมากไปน้อยหาตำแหน่งกึ่งกลาง จึงจะได้มัธยฐาน เช่น 1,3,6,8,9 มัธยฐานคือ 6 และ 1,2,4,5,8,9, มัธยฐานคือ (4+5)/2 =4.5
- ฐานนิยม : คือข้อมูลที่ซ้ำกันมากที่สุด เช่น 2,3,3,4,5 ฐานนิยมคือ

8) ความเท่ากันทุกประการ

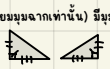
-ใช้ สัญลักษณ์ ≅ แทน ความเท่ากันทุกประกอบ
-เงื่อนไขความเท่ากันทุกประการของสามเหลี่ยม : สามเหลี่ยมสองรูปจะเท่ากันทุกประการได้ต้องประกอบด้วย 5 แบบหลักนี้
•ด้าน-มุม-ด้าน : มีด้านสองด้านที่ยาวเท่ากัน และต้องเป็นมุมที่อยู่ระหว่างสองด้านเท่านั้น

- มุม-ด้าน-มุม : มีมุมสองมุมที่ยาวเท่ากัน และด้านต้องเป็นด้านที่อยู่ระหว่างมุมเท่านั้น

- ด้าน-ด้าน-ด้าน : ทั้งสามด้านยาวเท่ากัน

- มุม-มุม-ด้าน : มีมุมสองมุมที่เท่ากัน และด้านที่ไม่อยู่ระหว่างมุมสองมุมยาวเท่ากัน

- ฉาก-ด้าน-ด้าน : (ใช้ได้กับแค่สามเหลี่ยมมุมฉากเท่านั้น) มีมุมที่มีขนาดเท่ากันและด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน



9) เส้นขนาน

เส้นขนาน : เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียสกัน และจะไม่มีทางคัดกัน
สมบัติของเส้นขนาน : 1)เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน 2)ถ้าเสเนตรงสองเส้นขนานกัน แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้น จะเท่ากันเสมอ และกลับกัน ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีระยะห่างระหว่างเส้นตรงเท่ากันเสมอแล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน 3)สามารถตรวจสอบว่าเป็นเส้นขนานไหมโดยลากเส้นตัดและพิจารณาขนาดของมุมภายในเส้นขนานและมุมภายใน : สามารถตรวจสอบว่าเส้นตรงสองเส้นนั้นเป็นเส้นขนานไหมโดยการวัดระยะห่างของเส้นขนานนั้น ยังสามารถพิจารณามุมภายในที่มุมข้างเดียวกันของเส้นตัด
•ตัวอย่าง : จากรูปเส้นตรง AB เรียกว่าเส้นตัด AB เรียกมุม x และ มุม y ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB และเรียกมุม u และมุม v ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

รูป :

สมบัติของเส้นขนานกับมุมภายใน : 1)ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดมุมภายในีอยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180° ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดกับเส้นตรงคู่หนึ่ว ทำให้ขนาดมองมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ° แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะเป็นเส้นขนาน

10) การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

-การให้เหตุผลแบบอุปนัย : สรุปผลจากรูปแบบหรือแบบแผนของข้อมูลที่สังเกตได้ เช่น ดูรูปแบบของตัวเลขหรือรูปเรขาคณิต แล้วคาดเกากฎเกณฑ์ เช่น รูปสามเหลี่ยมที่เพิ่มขึ้นแต่ละชั้นมีจำนวนจุดเป็น 1,3,6,10,... จากนั้นคาดเดาค่าชั้นถัดไปจะมีจุดเป็น 15
-การให้เหตุผลแบบนิรนัย : ใช้กฎเกณฑ์ ทฤษฎีบทนิยาม หรือข้อเม็จจริงที่นิสูจน์แล้วมาสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องเสมอ ตัวอย่าง • ถ้าทุกสามเหลี่ยมมีผลรวมมุมภายในเป็น 180° • รูป A เป็นสามเหลี่ยม • ดังนั้นผลรวมภายในของรูป A คือ 180°
-การพิสูจน์ทางเรขาคณิต : เป็นการใช้เหตุผลแบบนอรนัยโดดยอาศัย นิยาม สมบัติต่างๆ และ ทฤษฎีเพื่อใช้ยทนยันว่าข้อความเรขาคณิตเป็นจริง เช่น
- การพิสูจน์โดยตรง : ใช้กฎและเหตุผลมาต่อกันจนได้ข้อสรุป
- การพิสูจน์โดยอาศัยการโต้แย้ง : สมมุติว่าสิ่งที่ต้องพิสูจน์เป็นเท็จแล้วแสดงให้เห็นว่าขึดแย้งกับข้อเท็จจริง
- การพิสูจน์โดยใช้สมบัติของเรขาคณิต : เช่น ทฤษฎีบทพีทาโกรัส สมบัติขแงเส้นขนาน สมบัติของสามเหลี่ยม

11) การแทกตัวประกอบของพหุนามดีกรีกำลังสอง

-การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีกำลังสองตัวแปรเดียว
•ในรูป ax^2+bx+c เมื่อa,bเป็นจำนวนเต็ม และ c=0 พหุนามกำลังสองตัวแปรเดียวจะอยู่ในรูป ax^2+bx สามารถใช้สมบัติการแจกแจงแยกตัวประกอบได้ เช่น $x^2 + 2x = (x)(x)+(2)(x) = x(x+2)$
- ในรูป ax^2+bx+c เมื่อ a=1 และ b,c เป็นจำนวนเต็ม ต้องไม่เท่ากับ 0 พหุนามดีกรีกำลังสองตัวแปรเดียวจะอยู่ในรูป ax^2+bx+c สามารถแยกตัวประกอบพหุนามนี้ได้ โดยอาศัยแนวคิดจากการหาคูณของพหุนาม เช่น $x^2+5x+6 = (x^2+2x)+(3x+(2)(3)) = (x+2)x+(x+2)(3) = (x+2)(x+3)$ ในกรณีทั่วไปสามารถแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีกำลังสองในรูป x^2-bx+c เมื่อb,c เป็นจำนวนสนเต็มและ cสามารถเท่ากับ0ได้ ถ้าสามารถหาจำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันได้เท่ากับพจน์เป็นค่าคงตัวคือ c และบวกกันได้เท่ากับสัมประสิทธิ์ของ x คือ b ถ้าให้ m และ n เป็นจำนวนเต็มสองจำนวน ซึ่ง mn=c และ m+n=b
จะได้ว่า $x^2+bx+c = (x+m)(x+n)$ เช่น $x^2-10x+21$ เนื่องจาก (-3)(-7) = 21 และ (-3)+(-7) =-10 ดังนั้น $x^2-10x+21 = (x-3)(x-7)$
- ในรูปซป ax^2+bx+c เมื่อ a,b,cเป็นจำนวนเต็ม และ a,b,c ไม่เท่ากับ 0 : พิจารณาการคูณพหุนามดีกรีหนึ่งต่อไปนี้โดยใช้สมบัติการแจกแจง เช่น (2x-3)(3x-1) = (2x-3)(3x)+(2x-3)(1) =(6x^2-9x)+(2x-3) = $6x^2+(-9x+2x)-3 = 6x^2-7x-3$ ดังนั้นในการแยกตัวประกอบจะทำได้ดังนี้ 1)หาพหุนามดีกรีหนึ่งสองหมุนามที่คูณกันแล้วได้พจน์หน้า เขียนสองพหุนามนั้นเป็นพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บสองวงเล็บ 2)หาจำนวนสองจำนวนที่คูรลนกันแล้วได้พจน์หลัง แล้วเขียนจำนวนทั้งสองเป็นพจน์หลังของพหุนามในแต่ละวงเล็บที่ได้ในข้อที่ 1.